一、非对称韦达定理

类型一：

1．设椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左焦点为$F$，过点$F$的直线$l$与椭圆$C$相交于$A$，$B$两点，直线$l$的倾斜角为$60°$，$\overrightarrow{AF}=2\overrightarrow{FB}$.

如果$|AB|=\frac{15}{4}$，求椭圆C的方程.

变式：：

2.已知抛物线$C:y^2=2px(p>0)$，准线方程为$x=-1$.

（1）求抛物线标准方程；

（2）如果定点$P(2,1)$，直线l与抛物线 C 交于 A,B 两点，且$\overrightarrow{AP}=\dfrac{1}{7}\overrightarrow{PB}$，求直线$l$斜率.

巩固练习

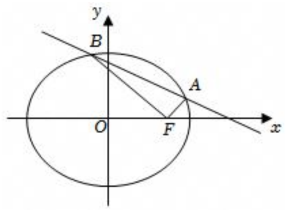
1.设双曲线$C:\frac{x^2}{a^2}-y^2=1(a>0)$与直线$l:x+y=1$相交于两个不同的点$A$、$B$.

（Ⅰ）求双曲线C的离心率e的取值范围；

（Ⅱ）设直线l与y轴的交点为P，且$\overrightarrow{PA}=\frac{5}{12}\overrightarrow{PB}$．求$a$的值.

类型二：

3.设 F 为椭圆 $C:\frac{x^2}{2}+y^2=1$ 的右焦点，过点 $(2,0)$ 的直线与椭圆 C 交于 A， B 两点．设直线 AF ， BF 的斜率分别为 k_1， $k_2(k_2\neq 0)$，求证：$\frac{k_1}{k_2}$ 为定值．



4．（20 年全国 1 卷）已知 A ，B 分别为椭圆 $E:\dfrac{x^2}{a^2}+y^2=1(a>1)$ 的左、右顶点，G 为 E 的上顶点，$\overrightarrow{AG}\cdot\overrightarrow{GB}=8$ ．P 为直线 $x=6$ 上的动点，PA 与 E 的另一交点为 C ，PB 与 E 的另一交点为 D .

（1）求 E 的方程；

（2）证明：直线 CD 过定点.

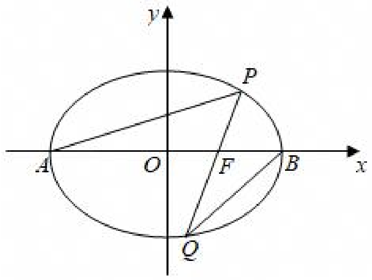
巩固练习

1．已知椭圆$C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$，点$A_1$、$A_2$分别为椭圆$C$的左、右顶点，点$F_1(-1,0)$、$F_2(1,0)$分别为椭圆$C$的左、右焦点，过点$F_2$任作一条不与$y$轴垂直的直线与椭圆$C$交于$M$、$N$两点，$\Delta MNF_1$的周长为8．

（Ⅰ）求椭圆的方程；

（Ⅱ）若直线A_1M，A_2N交于点D，试判断点D是否在某条定直线点$x=t$上，若是，求出t的值；若不是，请说明理由．

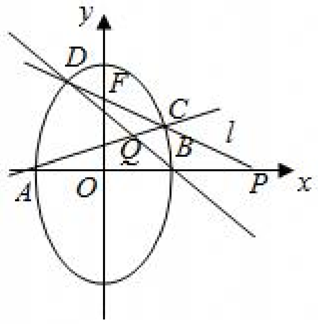
2.如图，在平面直角坐标系 xOy 中，已知椭圆 $C:\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$ 的左、右顶点分别为 A，B，过右焦点 F 的直线 l 与椭圆 C 交于 P，Q 两点（点 P 在 x 轴上方）.



（1）若 $QF=2FP$，求直线 l 的方程；

（2）设直线 AP，BQ 的斜率分别为 k_1，k_2，是否存在常数 λ，使得 $k_1=\lambda k_2$？若存在，求出 λ 的值；若不存在，请说明理由.

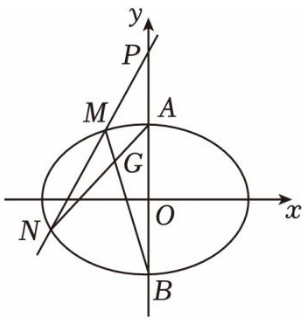
3.椭圆 $\frac{y^2}{a^2}+\frac{x^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的两顶点为 A ， B 如图，离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ，过其焦点 $F(0,1)$ 的直线 l 与椭圆交于 C ， D 两点，并与 x 轴交于点 P ，直线 AC 与直线 BD 交于点 Q .



（Ⅰ）当 $|CD|=\frac{3\sqrt{2}}{2}$ 时，求直线 l 的方程；

（Ⅱ）当点 P 异于 A ， B 两点时，求证： $\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OQ}$ 为定值.

4.已知椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$过点$P(2,\sqrt{2})$，且离心率为$\frac{\sqrt{2}}{2}$.



（1）求椭圆C的方程；

（2）设椭圆C的上、下顶点分别为A、B，过点$P(0,4)$斜率为k的直线与椭圆C交于M、N两点．求证：直线BM与AN的交点G在定直线上．